المحاضرة الرابعة

 

في حالة المتغيرة العشوائية مستمرة : 

**مثال.** نلقي قطعة نقدية مرتين. نسمي X عدد مرات الحصول على صورة، أحسب V(X) .

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| المجموع | 2 | 1 | 0 | X |
| 1 | 1/4 | 1/2 | 1/4 | P(X = x) |
| E(X) = μ =1 | 1/2 | 1/2 | 0 | X\*P(X) |
|  | 1 | 0 | 1 | (X-μ)² |
| V(X) = 1/2 | 1/4 | 0 | 1/4 | (X-μ)² \* P(X) |

**مثال 2**. لتكن X م ع ذات دالة الكثافة التالية؛ أحسب تباين X.





خصائص التباين

V(X) = E(X²) - E(X)²

V(CX) = C²V(X) , V (C) = 0

في حالة استقلال المتغيرتان عن بعضهما

V(X + Y) = V(X) + V(Y) , V(X - Y) = V(X) + V(Y)

**مثال:** نلقي قطعة نقدية مرتين. نسمي X عدد مرات الحصول على صورة، أحسب V(X) باستخدام الصيغة

 **V(X) = E(X²) - E(X)²** .

لتكن المتغيرة Y = 2X. أحسب V(Y) ، نلقي حجر نرد ونسمي Z النتيجة المحصل عيها. أحسب تباين المتغيرة W حيث: W = Z - Y

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| المجموع | 2 | 1 | 0 | X |
| 1 | 1/4 | 1/2 | 1/4 | P(X = x) |
| E(X) = μ =1 | 1/2 | 1/2 | 0 | X P(X) |
|  | 4 | 1 | 0 | (X)² |
| E(X)² = 3/2 | 1 | 1/2 | 0 | (X)² \* P(X) |

V(X) = E(X²) - E(X)² = (3/2) - 1 = 1/2

V(Y) = V(2X) = 2²V(X) = 4 (1/2) = 2.

V(W) = V(Z-2X) = V(Z) +V(2X) = V(Z) + 2²V(X).

V(Z) = E(Z²) – E(Z)² = (1/6)[1²+2²+3²+4²+5²+6²]-(1/6)[1+2+3+4+5+6] = 70/6

V(W) = (70/6) + 4 (1/2) = 82/6 = 13.67

المتغيرة المعيارية Variable centrée réduite

يمكن أن نلحق بأي متغيرة عشوائية X متغيرة معيارية (تسمى أيضا المتغيرة المركزية) ويرمز لها X\* . تلحق المتغيرة المعيارية بالمتغيرة الحقيقية من أجل المقارنة لأن المتغيرة المعيارية ليس لها وحدة كالمتر أو الساعة ... وإنما هي تعبر عن كل قيمة x ل X من خلال المسافة بين x والتوقع μ محسوبة لس بالوحدة الأصلية وإنما بالانحرافات المعيارية.



من خلال خصائص التوقع والتباين نستخرج التوقع والتباين للمتغيرة المعيارية.

 



**مثال**: أحسب X\*من أجل متوسط 70، انحراف معياري 5، وX يساوي: 55، 60، 50، 75، 80، 70.

الجواب: القيم هي: -3، -2، -4، 1، 2، 0.

**مثال 2**. يتدرب عاملان أحمد وعلي من أجل المشاركة في ماراتون عيد العمال 1 ماي. يشترط يوم المسابقة أن يكون وزن المترشح لا يتجاوز المجال μ ± 1.5σ .

إذا كان الوزن المتوسط بالكغ هوμ = 70 والانحراف المعياري هو 5 كغ. هل سيقبل العاملان أحمد وعلي إذا كان وزنهما: 77 كغ، و80 كغ؟

الجواب: مجال القبول هو من 62.5 كغ إلى 77.5 كغ، لذلك فسيرفض علي ويقبل أحمد.

خلاصة

التوقع الرياضي و التباين هي أهم المؤشرات المعبرة عن خصائص المتغيرة و يحسبان كما يلي، حسب كون المتغيرة متقطعة أو مستمرة:





لكل من التوقع و التباين 4 خصائص أساسية تتمثل فيما يلي:

|  |  |
| --- | --- |
| V(C) = 0  | توقع عدد ثابت E (C) = C |
| V(CX) = C²V(X) | E(CX) = CE(X) |
| في حالة استقلال المتغيرتان عن بعضهما V(X + Y) = V(X) + V(Y) , V(X - Y) = V(X) + V(Y) | E(X+Y) = E(X) + E(Y) |
| V(X) = E(X²) - E(X)² | في حالة استقلال المتغيرتان عن بعضهما. E(XY) = E(X)E(Y) |

من أجل المقارنة بين المتغيرات تستخدم المتغيرة المعيارية التي تسمح بالتعبير عن قيمة x ليس من خلال وحداتها الأصلية (كغ، متر، زمن، ...) وإنما بعدد الانحرافات المعيارية التي تفصل بين القيمة x والتوقع الرياضي.

التوقع الرياضي والتباين للمتغيرة المعيارية هما على التوالي 0 و 1.

لحساب التوقع الرياضي لدالة ما في X (مثلا التباين، أو X²) نضرب قيم الدالة في الاحتمالات المقابلة لX:



 